

**EJERCITACIÓN PARA EXAMEN DE MATEMÁTICA
MAYORES DE 25 AÑOS SIN CICLO MEDIO COMPLETO**

**PRACTICO 1
Números reales**

Noviembre 2011

Ejercicio 1.- Efectúe las siguientes operaciones.

(a) $3 - 2 - (-8) + 4 - 10 - 6$

(b) $8 - [6 - (-3 + 7) - 6] + 4$

(c) $3 \cdot 8 - 1 - [2 - 1 + (2 - 3) \cdot 4 : 2]$

(d) $1 + 5 \cdot \{1 + 5 \cdot [1 + 5 \cdot (1 + 5)]\}$

Ejemplo. Resolución de (b):

$$8 - [6 - (-3 + 7) - 6] + 4 = 8 - [6 - 4 - 6] + 4 = 8 - [-4] + 4 = 16$$

Otra forma equivalente de resolverlo, eliminando primero paréntesis y luego corchetes, es:

$$8 - [6 - (-3 + 7) - 6] + 4 = 8 - [6 + 3 - 7 - 6] + 4 = 8 - 6 - 3 + 7 + 6 + 4 = 16$$

Ejercicio 2.- Complete los números que faltan, dentro de los paréntesis, para que se cumplan las igualdades siguientes:

(a) $6 - 36 + 42 = 6 \cdot (\quad - \quad + \quad)$

(b) $-25 + 30 - 60 = 5 (- \quad + \quad - \quad)$

Ejercicio 3.- Saque factor común en:

(a) $16 - 64 + 40$

(b) $22 - 55 + 11$

Ejercicio 4.- Verifique las siguientes igualdades operando algebraicamente:

(a) $6a - (4a - 3) = 2a + 3$

(b) $2a - [x + (x - 3a) - (9a - 5x)] = 14a - 7x$

(c) $3x + [2x - 4y(6 - 4x)] + 2y - (3 - x + 3y) = 6x + 16xy - 25y - 3$

Ejercicio 5.- Halle el valor numérico de cada una de las siguientes expresiones algebraicas:

(a) $-2ab$ cuando $a = 3$ y $b = 1$

(b) $2a - 3b - 5c$ cuando $a = 4$, $b = -2$ y $c = 10$

(c) $5ab - 2(a - c) + 3b$ cuando $a = -1$, $b = 5$ y $c = -3$

Ejercicio 6.- Compruebe las siguientes igualdades: (Deje indicado el *paso a paso*)

(a) $3 - 4 \left[\frac{1}{3} - \frac{1}{2} \left(\frac{1}{4} - \frac{1}{5} \right) + 3 : \left(\frac{1}{3} : \frac{1}{2} \right) \right] = \frac{94}{15}$ (b) $\left(\frac{1}{3} + \frac{1}{2} \right) \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{4} \right) + 5 - 3 \left(4 : \frac{3}{5} + 1 \right) = -\frac{427}{24}$

Ejercicio 7.- Calcule:

(a) $\frac{3}{4}$ de $\frac{5}{8}$ (las tres cuartas partes de $\frac{5}{8}$) (b) $\frac{1}{7}$ de 5 (c) $\frac{2}{3}$ de 528

Observación: (Tenga en cuenta el siguiente razonamiento)

Si X es un número, la quinta parte de X es $\frac{X}{5}$, es decir: $\frac{1}{5} \cdot X$. Luego las dos quintas partes de

X vale dos veces la quinta parte, es decir: $2 \cdot \frac{1}{5} X = \frac{2}{5} X$.

Ejercicio 8.- (Problemas)

1.- El café pierde un quinto de su peso al tostarse. ¿Cuánto se pierde al tostar 80 kg?

2.- Dos ciudades están distanciadas 240 km. Un caminante recorre un día $\frac{1}{6}$ de esa distancia, otro día $\frac{1}{4}$ y un tercer día $\frac{1}{8}$ de la misma. ¿A qué distancia del punto de llegada se encuentra al finalizar el tercer día?

3.- Ana tenía ahorrados \$2000. Durante el primer trimestre del año gastó la mitad. El segundo trimestre gastó la mitad de lo que le quedaba. El tercer trimestre gastó la mitad del nuevo resto y el cuarto trimestre gastó la mitad del nuevo resto. ¿Cuánto dinero le quedó a fin de año?

4.- Una epidemia mató los $\frac{3}{7}$ de las vacas de un ganadero y de las que le quedaron vendió la mitad. Si aún le quedan 24, ¿Cuántas vacas tenía al principio y cuántas murieron?

Ejercicio 9.- Efectúe los siguientes cálculos.

$$(a) \left(\frac{1}{5}\right)^4 \left(\frac{1}{5}\right)^7 \quad (b) \left[\left(\frac{1}{2}\right)^2 \left(\frac{1}{2}\right)^3\right]^{-3} \quad (c) \left(-\frac{1}{2}\right)^3 : \left(-\frac{1}{2}\right)^{-1}$$

Ejercicio 10.- Exprese el resultado de las siguientes operaciones como una potencia de a :

$$(a) (a^5 : a^3) \cdot a^4 \quad (b) [(a^2)^3 : (a^3)^4] : a^2$$

Ejercicio 11.- Evalúe cada una de las siguientes expresiones:

$$(a) \sqrt{25} \quad (b) \sqrt[4]{16} \quad (c) \sqrt{\frac{1}{100}} \quad (d) \sqrt[3]{\frac{8}{27}} \quad (e) \sqrt[5]{-32}$$

Ejercicio 12.- Compruebe la validez de las siguientes igualdades:

$$(a) \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{36}} = \frac{1}{4} \quad (b) \frac{\sqrt[5]{-3}}{\sqrt[5]{-96}} = \frac{1}{2} \quad (c) \sqrt{7} \sqrt{28} = 16 \quad (d) \sqrt[3]{-3} \cdot \sqrt[3]{9} = -3$$

Ejemplo. Resolución de (b):
$$\frac{\sqrt[5]{-3}}{\sqrt[5]{-96}} = \sqrt[5]{\frac{-3}{-96}} = \sqrt[5]{\frac{1}{32}} = \sqrt[5]{\frac{1}{2^5}} = \frac{1}{2}$$

Ejercicio 13.- Evalúe cada una de las siguientes expresiones:

$$(a) \sqrt{x^2 + y^2} \quad \text{para } x=3 \text{ e } y=4 \quad (b) \sqrt{x^2 + y^2 + z^2} \quad \text{para } x=3, y=4, z=11$$

$$(c) \sqrt[4]{x^3 + 14y + 2z} \quad \text{para } x=3, y=4, z=-1$$

Ejercicio 14.- Expresa los siguientes radicales como una potencia de x . (Sugerencia: Vea primero los ejemplos desarrollados a continuación de este ejercicio)

(a) $\sqrt[5]{x}$ (b) $\left(\sqrt[3]{x^2}\right)^5$ (c) $\sqrt[3]{x^7}$ (d) $\left(\sqrt[5]{a^3}\right)^6$

Ejemplos: $\sqrt[3]{x} = x^{\frac{1}{3}}$, $\left(\sqrt[5]{x^2}\right)^7 = \left(x^{\frac{2}{5}}\right)^7 = x^{\frac{14}{5}}$.

Ejercicio 15.- Compruebe que valen las siguientes igualdades y deje indicado el *paso a paso*.

(Sugerencia: Vea primero los ejemplos desarrollados a continuación de este ejercicio)

(a) $\sqrt{32} + \sqrt{200} = 14\sqrt{2}$ (b) $\sqrt{32} + \sqrt{18} = 7\sqrt{2}$
 (c) $\sqrt{75} + \sqrt{48} = 9\sqrt{3}$ (d) $\sqrt{18} + \sqrt{50} - \sqrt{2} - \sqrt{8} = 5\sqrt{2}$
 (e) $\sqrt{27} - \sqrt{50} + \sqrt{12} + \sqrt{8} = 5\sqrt{3} - 3\sqrt{2}$

Ejemplos:

1 $\sqrt{24} + \sqrt{54} = 5\sqrt{6}$ Resolución:

$$\sqrt{24} + \sqrt{54} = \sqrt{4 \cdot 6} + \sqrt{9 \cdot 6} = \sqrt{4}\sqrt{6} + \sqrt{9}\sqrt{6} = 2\sqrt{6} + 3\sqrt{6} = (2 + 3)\sqrt{6} = 5\sqrt{6}$$

2 $\sqrt{12} + \sqrt{27} + \sqrt{80} - \sqrt{20} = 5\sqrt{3} + 2\sqrt{5}$ Resolución:

$$\sqrt{12} + \sqrt{27} + \sqrt{80} - \sqrt{20} = \sqrt{3 \cdot 4} + \sqrt{3 \cdot 9} + \sqrt{5 \cdot 16} - \sqrt{5 \cdot 4} = 2\sqrt{3} + 3\sqrt{3} + 4\sqrt{5} - 2\sqrt{5} = (2 + 3)\sqrt{3} + (4 - 2)\sqrt{5} = 5\sqrt{3} + 2\sqrt{5}$$

Ejercicio 16.- Compruebe la validez de las siguientes igualdades:

(a) $(\sqrt{x})^3 \cdot \left(\sqrt[3]{x^2}\right)^2 \cdot \left(\sqrt[6]{x^{-2}}\right)^2 = x\sqrt{x}$

(b)* $\left(\sqrt[3]{(xy)^2}\right)^2 : \left(\sqrt[5]{(xy^2)^2}\right)^3 = \frac{1}{y} \sqrt[15]{\frac{x^2}{y}}$

Porcentaje

Ejercicio 17.-

(Recuerde: Para calcular el X % de un monto M se debe multiplicar dicho

monto M por el factor $\frac{X}{100}$).

(a) Halle el factor correspondiente a cada uno de los siguientes porcentajes:

75% 130% 2% 5,3%

(b) Calcule el 130% de 75.

(c) ¿Cuánto por ciento es 345 de 1.500?

(d) Se sabe que el 12% de una cantidad X es 87. ¿Cuánto vale X?

Ejercicio 18.-

(a) Calcule el 28% de 375.

(b) Calcule qué tanto por ciento es 27 con respecto a 216.

(c) El 62% de una cierta cantidad es 93. ¿Cuál es tal cantidad?

Ejercicio 19.- (Problemas)

1.- De los 800 alumnos de un colegio, 600 se fueron de viaje. ¿Qué porcentaje de alumnos viajó?

2.- Al adquirir un vehículo cuyo precio es de \$ 88000, nos hacen un descuento del 7.5%.
¿Cuánto hay que pagar por el vehículo?

3.-Cuál será el precio que hemos de marcar en un artículo, cuyo precio de compra fue de \$180, para ganar el 10% al venderlo.

4.- Se vende un artículo con una ganancia del 15% sobre el precio de costo. Si se ha comprado en \$80. Halle el precio de venta.

5.- Se vende un objeto perdiendo el 20% sobre el precio de compra. Halle el precio de venta del citado artículo cuyo valor de compra fue de \$150.

Fórmulas para Productos Especiales

Si A y B son números reales o expresiones algebraicas, entonces:

$$(a) \quad (A + B)(A - B) = A^2 - B^2 \quad \text{Producto de la suma por la diferencia}$$

Ejemplos de: (*El producto de la suma por la diferencia da la diferencia de los cuadrados*)

$$1. \quad (x - 2)(x + 2) = x^2 + 2x - 2x - 4 = x^2 - 4$$

$$2. \quad (2xy - \sqrt{3})(2x + \sqrt{3}) = (2xy)^2 - (\sqrt{3})^2 = 4x^2 - 9$$

$$(b) \quad (A \pm B)^2 = A^2 \pm 2AB + B^2 \quad \text{Cuadrado de una suma o diferencia}$$

Ejemplos de: (*Cuadrado de una suma*)

$$1.- \quad (x + y)^2 = (x + y)(x + y) = x^2 + xy + yx + y^2 = x^2 + 2xy + y^2$$

$$2.- \quad (5x + 2z)^2 = (5x)^2 + 2(5x)(2z) + (2z)^2 = 25x^2 + 20xz + 4z^2$$

Ejemplos de: (Cuadrado de una diferencia)

$$1.- (2 - 3y)^2 = 2^2 + 2(2)(-3y) + (3y)^2 = 4 - 12y + 9y^2$$

$$2.- \left(-5x - \frac{1}{2}y\right)^2 = (-5x)^2 + 2(-5x)\left(-\frac{1}{2}y\right) + \left(-\frac{1}{2}y\right)^2 = 25x^2 + 5xy + \frac{1}{4}y^2$$

Ejercicio 20.- Calcule los siguientes productos, usando aquella de las fórmulas anteriores que resulte más adecuada:

$$(a) (3y - z)(3y + z) \quad (b) \left(\frac{3}{4}x^2 - 6\right)\left(\frac{3}{4}x^2 + 6\right) \quad (c) (\sqrt{x} + \sqrt{y})(\sqrt{x} - \sqrt{y})$$

$$(d) (2a + 3b)^2 \quad (e) \left(a + \frac{1}{b}\right)^2 \quad (f) \left(x^{\frac{1}{2}} + y^{\frac{1}{3}}\right)^2$$

$$(g) (9x - 3)^2 \quad (h) (xy - z)^2 \quad (i) (\sqrt{x} - \sqrt{y})^2$$

Ejercicio 21.- Cada semana se corta el pasto de las orillas de un terreno cuadrado de un cierto estacionamiento. El resto del terreno permanece intacto para que sirva como hábitat de pájaros y otros pequeños animales. El terreno mide b metros por b metros y la franja podada tiene x metros de ancho.

(a) Explique por qué el área de la parte podada es $b^2 - (b - 2x)^2$

(b) Demuestre operando algebraicamente, que la expresión del inciso (a) es también

$$4bx - 4x^2.$$

Multiplicación y División de Expresiones Racionales

Para multiplicar y dividir fracciones, tanto de números como de expresiones algebraicas, se procede de la siguiente manera:

$$\frac{A}{B} \cdot \frac{C}{D} = \frac{AC}{BD} \qquad \frac{A}{B} \div \frac{C}{D} = \frac{A}{B} \cdot \frac{D}{C} = \frac{AD}{BC}$$

Ejemplos:

$$\begin{aligned} 1. \quad & \frac{x^2}{x+1} \cdot \frac{2x-3}{x-2} = \frac{x^2(2x-3)}{(x+1)(x-2)} = \frac{2x^3 - 3x^2}{x^2 - x - 2} \\ 2. \quad & \frac{x-4}{x+2} \cdot \frac{x+4}{x+2} = \frac{(x-4)(x+4)}{(x+2)(x+2)} = \frac{x^2 - 16}{(x+2)^2} = \frac{x^2 - 16}{x^2 + 4x + 4} \\ 3. \quad & \frac{2x-7}{x^3} \div \frac{7}{x-9} = \frac{2x-7}{x^3} \cdot \frac{x-9}{7} = \frac{(2x-7)(x-9)}{7x^3} = \frac{2x^2 - 18x - 7x + 63}{7x^3} = \frac{2x^2 - 25x + 63}{7x^3} \end{aligned}$$

Ejercicio 22.- Opere algebraicamente y compruebe que:

$$(a) \quad \frac{x+6}{2x} \cdot \frac{3x}{3-x} = \frac{3x^2 + 6}{-2x^2 + 6x} \qquad (b) \quad \frac{x+2}{4x-7} \cdot \frac{x+2}{x} = \frac{x^2 + 4x + 4}{4x^2 - 7x}$$

$$(c) \quad \frac{-x-3}{x} \div \frac{3x}{4-x} = \frac{x^2 - x - 12}{3x^2} \qquad (d) \quad \frac{x^2 + x}{3x} \div \frac{x+12}{x} = \frac{x^3 + x^2}{3x^2 + 36x}$$

Suma y Resta de Expresiones Racionales

Para sumar o restar fracciones, se procede de la siguiente manera:

IGUAL DENOMINADOR:
$$\frac{A}{Q} \pm \frac{B}{Q} = \frac{A \pm B}{Q}$$

DISTINTO DENOMINADOR:
$$\frac{A}{P} \pm \frac{B}{Q} = \frac{AQ \pm BP}{P \cdot Q}$$

Ejemplos:

1.- (Igual denominador)
$$\frac{5}{x-3} + \frac{x-1}{x-3} = \frac{5+x-1}{x-3} = \frac{4+x}{x-3}$$

2.- (Distinto denominador)

$$\begin{aligned} \frac{x+2}{x+4} + \frac{x^2}{x-8} &= \frac{(x+2)(x-8) + x^2(x+4)}{(x-8)(x+4)} = \frac{x^2 - 8x + 2x - 16 + x^3 + 4x^2}{x^2 + 4x - 8x - 32} = \\ &= \frac{x^3 + 5x^2 - 6x - 16}{x^2 - 4x - 32} \end{aligned}$$

Ejercicio 23.- Opere algebraicamente y compruebe que:

(a)
$$\frac{x+1}{4} + \frac{2x-7}{4} = \frac{3x-6}{4}$$

(b)
$$\frac{x^2-2}{1-x} + \frac{x^3-10x^2+7}{1-x} = \frac{x^3-9x^2+5}{1-x}$$

(c)
$$\frac{3x+1}{4x} + \frac{2x}{4-x} = \frac{-3x^2+11x+4}{16x-4x^2}$$

(d)
$$\frac{x^2-2}{1-x} + \frac{x^3}{1+x} = \frac{x^3+x^2-2x-2}{1-x^2}$$